#### Les mathématiques

Hervé Le Dret

Professeur à l'UPMC Directeur de la Faculté de Mathématiques

L1 MIPI OIP, amphis de présentation des disciplines

#### Les mathématiques

Qu'est-ce que c'est?

Les cursus à l'UPMC

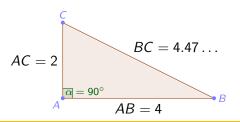
Les métiers des mathématiques

- ► Probablement pas ce que vous pensez avoir vu dans l'enseignement secondaire.
- Ce n'est pas l'application automatique de règles de cuisine sans signification.
- Ce n'est pas (que) la mémorisation de formules plus ou moins longues.
  - ► Encore qu'il faille beaucoup de mémorisation...
- **▶** ????

- L'essence des mathématiques, c'est la démonstration.
- ► La démonstration, c'est une suite logique d'arguments qui part d'une hypothèse et aboutit à une conclusion de façon irréfutable.
- ► Personne de bonne foi (et possédant le bagage technique nécessaire pour comprendre) ne peut remettre en cause une démonstration juste.
- On montre des certitudes absolues, indépendantes des opinions, des modes, du temps qui passe.
- Ces certitudes portent sur des objets abstraits (nombres, figures géométriques,...), qui ont de façon surprenante énormément d'impacts concrets.
- ► The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences, Eugene Wigner

Exemple historique 1 : le théorème de Pythagore

Démontré il y au moins 2500 ans, toujours vrai aujourd'hui, toujours vrai à l'avenir.



#### Pythagore

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

# Exemple historique 2 : le théorème de Fermat-Wiles

duos cubos, aut

quadratoquadratum

▶ Pierre de Fermat  $\approx 1670$ 

#### Théorème

Pour tout entier  $n \ge 3$ , l'équation  $x^n + y^n = z^n$  n'admet aucune solution entière non triviale.

- ▶ De nombreux progrès : 1738, Euler . . . Gauss. . . Sophie Germain. . . Dirichlet. . . Legendre. . . Lamé. . . Kummer 1857. .
- ► Encore plus d'échecs : Cauchy,...
- Un nombre considérable de fantaisistes (jusqu'à aujourd'hui, lonemet ce n'est pas fini)...
  mirabilem sane
- ► Démonstration par Andrew Wiles en 1993, sauf que. ... Hanc
- Une erreur dans sa démonstration!
- Erreur finalement contournée par Wiles et démonstration publiée en 1995 (109 pages). 350 ans après.

 $H^1(\mathbf{Q}_p^{\mathrm{unr}},(W_{\lambda^n}^0)^*)$ ). Let  $M_{\infty}$  be the maximal abelian p-extension of  $L(\nu)$  unramified outside  $\mathfrak{p}$ . The following proposition generalizes [CS, Prop. 5.9].

PROPOSITION 4.1. There is an isomorphism

$$H^1_{\mathrm{unr}}(\mathbf{Q}_{\Sigma}/\mathbf{Q}, Y^*) \xrightarrow{\sim} \mathrm{Hom}\left(\mathrm{Gal}(M_{\infty}/L(\nu)), (K/\mathcal{O})(\nu)\right)^{\mathrm{Gal}(L(\nu)/L)}$$

where  $H^1_{\mathrm{unr}}$  denotes the subgroup of classes which are Selmer at p and unramified everywhere else.

*Proof.* The sequence is obtained from the inflation-restriction sequence as follows. First we can replace  $H^1(\mathbf{Q}_{\Sigma}/\mathbf{Q}, Y^*)$  by

$$\left\{H^1\left(\mathbf{Q}_{\Sigma}/L,\;(K/\mathcal{O})(\nu)\right)\oplus H^1\left(\mathbf{Q}_{\Sigma}/L,\;(K/\mathcal{O})(\nu^{-1}\varepsilon^2)\right)\right\}^{\Delta}$$

where  $\Delta = \operatorname{Gal}(L/\mathbf{Q})$ . The unramified condition then translates into the requirement that the cohomology class should lie in

$$\left\{H^1_{\mathrm{unr}\ \mathrm{in}\ \Sigma-\mathfrak{p}}(\mathbf{Q}_{\Sigma}/L,\ (K/\mathcal{O})(\nu))\oplus H^1_{\mathrm{unr}\ \mathrm{in}\ \Sigma-\mathfrak{p}^{\bullet}}\left(\mathbf{Q}_{\Sigma}/L,\ (K/\mathcal{O})(\nu^{-1}\varepsilon^2)\right)\right\}^{\Delta}.$$

Since  $\Delta$  interchanges the two groups inside the parentheses it is enough to compute the first of them, i.e.,

(4.2) 
$$H_{\text{unr in }\Sigma-n}^{1}\left(\mathbf{Q}_{\Sigma}/L,\ K/\mathcal{O}(\nu)\right).$$

#### Exemple historique 3 : l'hypothèse de Riemann (HR)

La fonction zeta de Riemann (en fait introduite auparavant par Euler)  $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^s}, \text{ pour } s \in \mathbb{C}, \text{Re } s > 1. \text{ On I'étend à } \mathbb{C} \text{ (c'est un peu compliqué).}$ 

#### Conjecture (HR)

25. -

Tous les  $s \in \mathbb{C}$  tels que  $0 \le \operatorname{Re} s \le 1$  et  $\zeta(s) = 0$  sont tels que  $\operatorname{Re} s = \frac{1}{2}$ .

- Liens très profonds avec la répartition des nombres premiers, voir *Dans la jungle des nombres premiers* de John Derbyshire.
- L'un des *Millenium Prize Problems* du Clay Institute = US\$ 10<sup>6</sup>, voir http://www.claymath.org/millennium/Rules\_etc/

À quoi servent ces exemples historique dans la vraie vie?

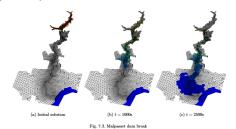
Pythagore : partout où l'on mesure ou construit des objets comportant des triangles rectangles !

Fermat-Wiles : directement à rien. Mais une source fantastique de nouvelles idées sur plus de trois siècles.

RH : à rien non plus sans doute. Mais ne jurer de rien, il y a des nombres premiers dans l'affaire.

Grands domaines : algèbre, analyse, géométrie. Explosion des connaissances au XXème siècle. Le dernier mathématicien universel : Henri Poincaré, 1854 – 1912.

Distinction entre mathématiques fondamentales et mathématiques appliquées. Pour ces dernières, importance croissante de la modélisation mathématique et des sciences de l'aléatoire (probabilités, statistique). L'ordinateur joue un rôle de plus en plus important : mathématiques expérimentales, simulation numérique. Les maths à l'UPMC : 5ème au classement de Shanghai en 2013. Une science dynamique et vivante.



# La simulation numérique

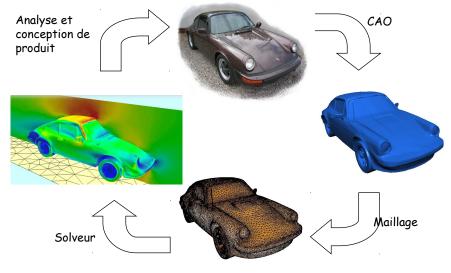
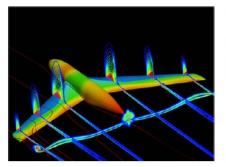
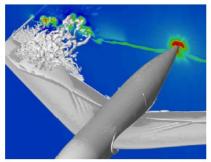
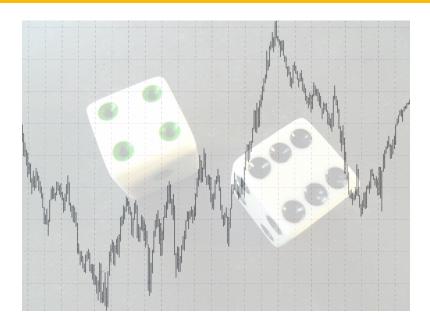


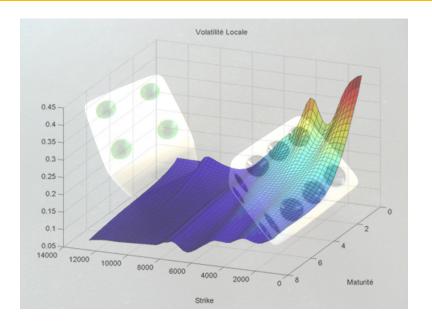
image Distene





Calcul de l'écoulement transsonique autour du fuselage de l'avion générique Cat3D ONERA - Paris



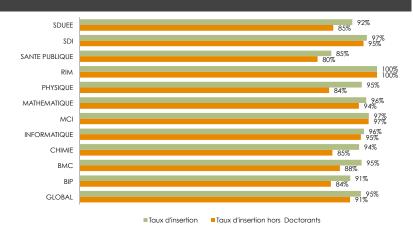


#### LMD : Licence - Master - Doctorat et débouchés

- ▶ Niveau L = 3 ans après le bac : nombre limité de métiers spécifiques, sauf avec des statistiques et de l'informatique.
- Niveau M = 2 ans après le L : après une formation niveau M avec composante professionnelle et stage, beaucoup de débouchés.
- Niveau D = 3 ans après le M : déjà un contrat de travail, métiers spécialisés et très intéressants dans l'enseignement supérieur, la recherche, l'industrie.

#### Quelques chiffres d'insertion

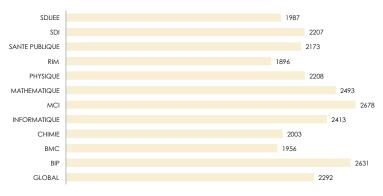
# Indicateurs taux d'insertion





### Quelques chiffres d'insertion

# Salaires







#### Organisation L2-L3 à partir de 2014

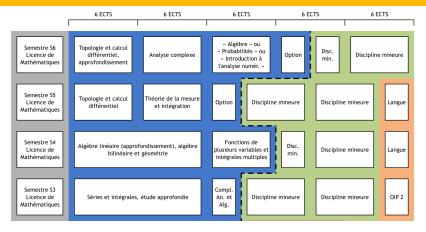


Schéma de cursus bidisciplinaire majeure/mineure avec majeure maths

Pas encore définitif!

http://www.licence.math.upmc.fr/

### Organisation L2-L3 à partir de 2014

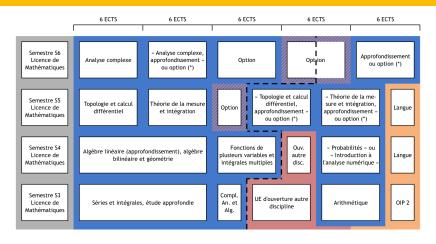


Schéma de cursus monodisciplinaire maths
Pas encore définitif!

http://www.licence.math.upmc.fr/

#### Organisation M1-M2

- ▶ M1 en tronc commun, sauf pour le Capes ( $\rightarrow$  M1 MEEF, parcours mathématiques).
- ▶ 7 spécialités de M2 :
  - ▶ Mathématiques fondamentales
  - > Probabilités et modèles aléatoires
  - ▷ Probabilités et finance
  - ▶ Mathématiques de la modélisation
  - ▷ Ingénierie mathématique
  - ▷ Statistique
- Une école : l'ISUP http://www.isup.upmc.fr/

http://www.master.ufrmath.upmc.fr/



Le forum emploi-mathématiques



LUCIE

AURFI IF

KAMFI

conduisent aux métiers de l'enseignement et de la recherche fondamentale, mais aussi...

préparent à occuper des fonctions très variées en recherchedéveloppement, bureau d'études, marketing, logistique, gestion de production, informatique, comptabilité...

A partir de l'annuaire des anciens de l'Université Claude Bernard Lyon 1, voici ce que certains sont devenus. Pour veiller à l'anonymat, les prénoms ont été changés.

Master Mathématiques et Applications, Ingénierie Mathématique est biostatisticienne dans un centre de soins spécialisé en cancérologie.

Diplôme d'Ingénieur Modélisation Calcul de l'ISTIL (UCBL) est chargée d'études quantitatives consommateur dans un Centre de Recherche pour le développement, la qualité et la sécurité alimentaire.

Master Mathématiques et Applications, Ingénierie Mathématique est chargé d'études statistiques dans un grand groupe de la distribution.

est actuaire dans un établissement bancaire.

Master Mathématiques et Applications, Ingénierie Mathématique

est chargée d'études – prospective chez un fabricant de jouets.

Diplome d'Actuaire est actuaire consultante au sein d'un cabinet d'actuaires, intervenant dans les secteurs assurance de personnes et assurance dommages.

Master Mathématiques et Applications, Ingénierie Mathématique est ingénieur cryptographe chez un fournisseur d'accès Internet.

Université Claude Bernard Lyon 1 43 Boulevard du 11 Novembre 1918 F - 69622 Villeurbanne cedex http://www.univ-lyon1.fr



#### LES MATHEMATIQUES... Belles et utiles!

Les mathématiques sont un instrument irremplaçable de formation à la rigueur et au raisonnement ; elles développent l'intuition, l'imagination, l'esprit critique ; elles sont aussi un langage international et un étément fort de la culture.

Outre leur intérêt intellectuel et esthétique, les mathématiques se mettent au service des autres sciences et se nourrissent de ces interactions.

Les applications surgissent parfois de manière inattendue, enrichissent la recherche, mais ne peuvent, seules, la pitoler. Les mathématiques jouent un rôle grandissant dans notre vie quotidienne.

#### Les mathématiques partout (mais souvent cachées) !

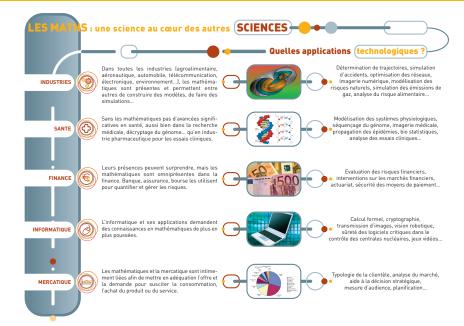
Les nombres premiers sont à la base de la cryptographie et de la théorie des codes correcteurs d'erreurs : CD, GSM, Internet, cartes bancaires...

Le calcul différentiel et intégral, à la base du scanner médical, de la reconstitution d'images, de la recherche du pétrole...

Les probabilités et les statistiques s'appliquent dans les domaines d'activité les plus variés : banque, finance, biopharmacie, sciences de l'environnement, contrôle qualité...

La modélisation mathématique remplace et enrichit certaines expériences réelles, qu'il s'agisse de comprendre les molécules bioloqiques, d'étudier les accidents de voiture pour améliorer la sécurité...





http://smai.emath.fr/spip/documents/metiers\_maths\_2006.pdf

MARYLISE, 39 ANS

#### Professeure de mathématiques

en collège à Limoges

L'enseignement des mathématiques est considéré comme difficile. Au collège l'enjeu est de taille car il faut introduire les notions fondamentales et éveiller la curiosité des jeunes élèves au raisonnement



pendant, pour assurer mon avenir en cas de nouve tec. et avant les résultats définitifs. l'ai cherché ur

ment, malaré les différences de salaires. »

temps passé avec les élèves, il faut élèves. Si l'activité mathématique ajouter les réunions avec les autres semble éloignée des réactions professeurs, les contacts avec les émotionnelles. l'enseignement parents d'élèves, la préparation des mathématiques est fortement des cours. la correction des copies. Lié aux relations entre l'enseignant la participation aux examens... De et les élèves. Ma première année plus au collège, on apprend aux dans la carrière a été particuliéélèves à utiliser un mode de nen- rement énmuyante obvisionement sée et un outil. Il faut leur donner et psychologiquement, mais avec le goût d'une discipline et le faire le temps j'ai appris à ne pas prende manière à ce qu'ils aient une dre les élèves de front, à fixer des vision positive des mathématiques : conventions et à les faire respecter. il faut lutter contre le préjugé qui Mais ces remarques valent dans laisserait croire que l'antitude aux toutes les matières - un enseignant mathématiques est génétique! est aussi un éducateur! » Je suis toujours confrontée à la question: «A quoi servent les mathématiques?». Ma réponse n'est pas simple et pas toujours comprise. Je réponds que les mathématiques participent à l'apprentissage du raisonnement, à

les mais actuellement les mathématiques sont percues comme une discipline secondaire permettant de résoudre des exercices ! Malgré les difficultés, mon plaisir consiste à faire comprendre les mathématiques en partant d'exercices tirés de la réalité quotidienne. Ainsi au moment de l'introduction de l'euro j'en ai profité pour leur apprendre à traiter des fonctions; de même l'essaie de montrer comment l'arithmétique conduit à la cryptographie et à la sécurité des cartes

Ce que j'aime dans cette discinline c'est son côté "carré" Les mathématiques paraissent indépendantes des émotions, peutêtre à l'opposé du français: un commentaire de texte peut comporter une grande part d'affectif. En début de carrière il est asser onement sur la base de difficile de trouver la bonne réac dix-huit houres par semaine. À ce tion face aux interrogations des

> DITELS DIDLÂMES? Bac + 4. licence quis CAPES de mathématiques ou Bac + 5 avec une année de master suivie de l'acrécation de mathématiques

#### http://smai.emath.fr/spip/documents/metiers\_maths\_2006.pdf

#### Responsable des produits structurés actions Morgan Stanley, Londres



#### Parcours

#### Au cœur de ce métier, des compétences variées entre maîtrise de l'analyse financière, esprit d'entreprenariat et sens du relationnel.

Ces derniers se trouvent en Europe du marché, à étudier notre rentabiet au Moven-Orient. Les produits structurés constituent un sousensemble des outils financiers construits à partir d'ensemble d'actions, d'obligations, de taux d'intérêt, taux de change et autres en stratégie des affaires, une paséléments de la vie financière. Ils sion pour le travail en groupe et un correspondent chacun à un choix ou à une stratégie d'investissement de converture d'assurance nariat est indispensable mais inu-

demandent des outils pour couvrir

le risque de leur portefeuille d'actions. Nous développons donc de lité ainsi qu'à réactualiser régulièrement notre base de clients. Outre une bonne connaissance des outils financiers, mon métier

exige d'excellentes compétences sens du relationnel très développé. Un esprit d'initiative et d'entrepre-Ainsi heauroup de nos clients nous — tile sans une honne liaison avec les autres groupes de la salle, les tra-

ders en narticuliers. Savnir créer l'organise la stratégie marketing nombreux outils de modélisation la base du métier. La vision straet la vente de ces produits. Mes financière que nous adaptons au tégique permet de construire une clients sont principalement des cas par cas. La partie marketing de carrière dans ce métier: savoir banquiers et des conseillers finan- mon métier consiste à développer reconnaître les opportunités et les ciers qui à leur tour vendent nos de nouvelles lignes de produits, à zones de croissance, comprendre produits à leurs propres clients. définir leur positionnement au sein les spécificités géographiques, nositionner les produits de manière à optimiser les revenus.

C'est un métier très intense avec des journées bien remplies, mais aussi très valorisant sur le plan personnel et financier. C'est aussi un travail où l'on est très rapidement autonome avec d'importantes responsabilités.»

QUELS DIPLÔMES? Rac + 8 declarat de mathématiques

http://smai.emath.fr/spip/documents/metiers\_maths\_2006.pdf



stage à la Banque Populaire Lorraine Champag où l'ai été embauché en COI (contrat à durée ind

YANNICK, 28 ANS

#### Responsable de la cellule data-mining

Direction Finances et Études Stratégiques, Banque Populaire Lorraine Champagne

Force de propositions pour la direction du marketing, le responsable de la cellule data-mining iongle entre missions de management, de communication et études statistiques.

> chargées d'exploiter la base de données regroupant les différentes informations sur les clients de la banque (fouille des données ou «data-mining»). Un premier objectif consiste à apporter des outils décisionnels aux chargés de clientèle. Par exemple, dépager les éléments les plus pertinents sur à contacter ou repérer les clients à l'année. dont les comptes présentent de Je consacre l'essentiel de mon gros mouvements afin de les alerter. Le second objectif vise à mieux cibler nos actions commerciales sacré aux études statistiques dont

différents groupes selon leur capacité bançaire afin de leur proposer des produits financiers adaptés d'un chef de proiet forganisation

à leurs besoins ou d'affecter nos chargés de clientèle spécialisés dans certains produits financiers sur les profils de clientèle susceptible d'être intéressée. Le troisième objectif est de permettre une évaluation rationnelle du caractère saisonnier de nos objectifs commerciaux. Par exemple, prévoir le nombre de cartes bancaires que doit avoir vendu fin juin un chargé la situation bancaire des clients de clientèle qui doit en vendre cent

temps au management et à la data-mining » communication. Le reste est conet nos campagnes marketing. Il je m'occupais déjà dans ma précés'agit là de classer nos clients en dente fonction de chargé d'études statistiques en marketing. En tant que manager mon activité est celle

des plannings, suivi du budget comptes rendus auprès de ma hiérarchie...l. En tant que chargé de communication, je valorise les travaux

menés par mon équipe. Réaliser des études statistiques, c'est bien quand elles servent, c'est mieux! J'entretiens donc de nombreux contacts avec les responsables de la banque, les chargés d'études statistiques en marketing, les chargés de clientèle, les membres du réseau. Je rends également compte de mon expérience à la banque fédérale, la Banque Populaire Lorraine Champagne étant une des seules banques du Groupe à disposer d'une cellule de

QUELS DIPLÔMES? Bac + 5, master de mathématiques statistiques, diplôme de l'ENSAl ou

Fétude des merchés

http://smai.emath.fr/spip/documents/metiers\_maths\_2006.pdf



#### Parcours

«Après un baccalauréat scientifique. l'ai préparé un DEUG MIAS (Mathématiques une proposition d'embauche ultérieure en CBI (contrat à durée indéterminée) s'est

#### CÉLINE, 30 ANS

#### Ingénieure statisticienne Union technique de l'automobile, du motocycle et du cycle (UTAC)

Le contrôle technique comme première activité - études/essais automobiles - et en complément les modèles d'analyse de la variance. L'ingénieur(e) statisticien (enne) évalue la fiabilité des véhicules

population, et ces mesunar des calculs de fidélité et de iustesse, enfin calculs divers à la sous-populations pour difference par exemple

automobiles.

si elles sont dillibertes » Calculo de Sdéliké tions stipuldes. - Calcula de iustesa

Mon rôle est d'apporter matique et statistique à l'entreprise. En pratique, cette activité est organisée autour de trois pôles: suivi du contrôle technique au niveau national, évaluation et validation des méthodes d'essai

demande des laboratoires d'essais Concernant le contrôle technique, ie procède à des études statistiques sur les données transmises par les différents centres. D'une part. l'évalue la qualité des données transmises, d'autre part, j'étudie l'état du parc roulant afin de vérifier l'impact du contrôle techni-

établir un modèle de profil de la population qui ne se présente pas aux visites qui qui s'y présente en retard, de manière à identifier et à qui justifient ces défaillances. Ces études sont ensuite adressées au Calculs d'intégrales, résolution ministère des Transports, notre tutelle et aux responsables des centres de contrôle technique, aux constructeurs et aux équipemen-

tiers automobiles. En matière de calculs de fidélité, j'effectue de l'analyse de variance. Je détermine la dispersion des résultats recueillis lors d'essais effectués au sein des six laboratoires de l'UTAC (sécurité passive, acoustique, compatibilité électromagnétique, émissions polluanque sur la fiabilité des véhicules tes, dynamique du véhicule, phoen circulation. Je cherche aussi à tométriel. Le but est de contrôler

la cobérence des résultats c'està-dire vérifier s'ils fournissent des valeurs relativement neu différentes d'un essai à l'autre, dans des conditions d'essai stipulées.

J'effectue également du calcul de justesse. Comme certaines méthodes d'essais ont une valeur de référence, on doit s'assurer que la movenne des résultats constatés comprendre les différentes raisons est la plus proche possible de cette valeur de référence.

> de systèmes d'équations non linéaires le neux être amenée à effectuer, corriger ou valider toutes sortes de calculs mathématiques demandés par les laboratoires d'essais (à partir de données physiques, mécaniques ou chimiques), »

> > QUELS DIPLÔMES? Bac + 5, master de mathématiques avec une spécialisation en statistiques, diplôme de l'ENSAI ou

#### Liens

Le site de la Faculté de Mathématiques :  ${\tt http://www.ufrmath.upmc.fr/}$ 

Pour retrouver cette présentation en pdf : https://www.ljll.math.upmc.fr/~ledret/