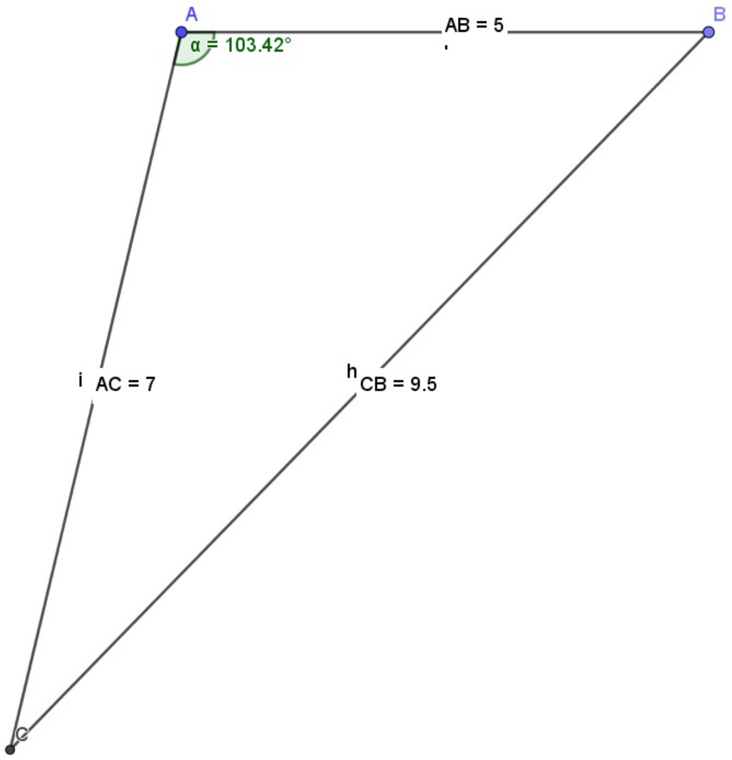
Géométrie : calcul de l'hypoténuse avec un angle de 103,42 °



Réalisé par Maxime LUCE *Le Max de Culture.fr*

Sommaire

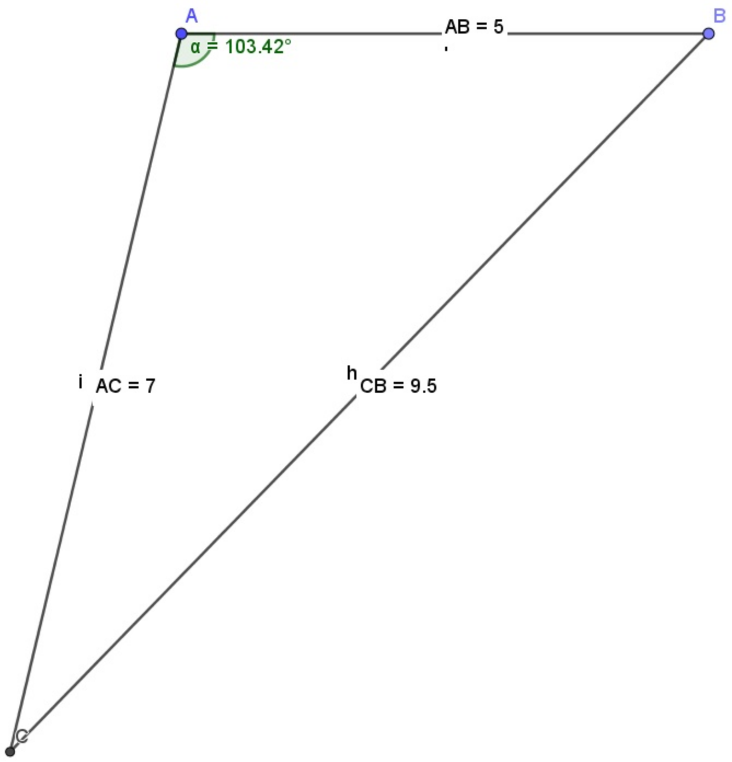
Chapitre 1

Theoreme du triangle de 103,42 °

Première partie

Etude d'un triangle

Voici le triangle qui fera l'objet de cette étude :

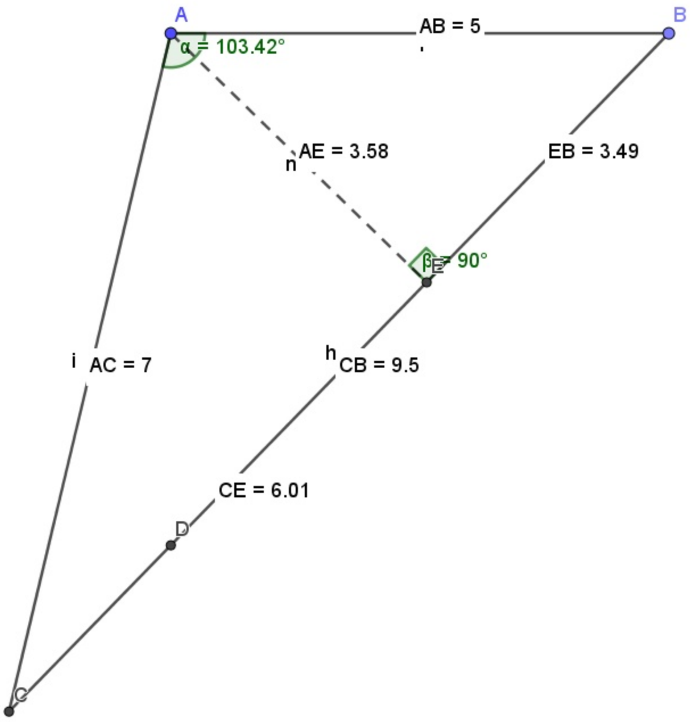


1.1 Première observation

Sur ce triangle nous pouvons observer :
— Le plus petit côté [CD] mesure 5 cm.
— L'hypoténuse [ED] mesure 9,5 cm.
— Le coté opposé du plus petit côté [CE] mesure 7 cm.
— L'angle $\widehat{ECD} = 103,42\,^{\circ}$

1.2 Informations complémentaires

(observations complémentaires potentiellement utiles) :



1.2.1 Calcul de l'aire

Formule : $Aire_{\,triangle} = \frac{Base \times hauteur}{2}$

Soit : Aire$_{\,triangle} = \frac{9{,}5 \times 3{,}58}{2} = \frac{34{,}01}{2} = 17,005$

On peut vérifier en additionnant l'aire des deux triangles :

Aire du triangle AEC :

On utilise la formule :

Formule : $Aire_{\,triangle\,rectangle} = \frac{côté\ adjacent \times côté\ opposé}{2}$

On remplace :

Aire$_{\,triangle\,rectangle} = \frac{EC \times AE}{2}$

Aire$_{\,triangle\,rectangle} = \frac{6{,}01 \times 3{,}58}{2} = 10,7579$

Aire du triangle ABE :

On utilise la formule :

Formule : Aire$_{\,triangle\,rectangle} = \frac{côté\ adjacent \times côté\ opposé}{2}$

On remplace :

Aire$_{\,triangle\,rectangle} = \frac{EB \times AA}{2}$

Aire$_{\,triangle\,rectangle} = \frac{3{,}49 \times 3{,}58}{2} = 6,2471$

On peut maintenant les additionner :

Aire du triangle AEC + Aire du triangle ABE = aire du triangle ACB

On remplace :

$$10,7579 + 6,2471 = 17,005$$

1.2.2 Vérification des valeurs des cotés

Avec les valeurs exactes

On calcule AE. Le triangle AEB est rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore :

$$AE^2 = AB^2 - EB^2 = 5^2 - 3,49^2 2 = 12,8199$$

Donc, on a :

$$AE = \sqrt{5^2 - 3,49^2} \approx 3,580488793$$

On calcule EB. Le triangle AEB est rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore :

$$EB^2 = AB^2 - AE^2 = 5^2 \sqrt{5^2 - 3,49^2} \approx 21,41951121$$

Donc, on a :

$$EB = \sqrt{5^2 - \sqrt{5^2 - 3,49^2}} \approx 4,6281217$$

On vérifie maintenant en calculant l'hypoténuse :

On peut le faire de plusieurs façons, la première en prenant les valeurs exactes :

Le traingle AEB est rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AE^2 + EB^2 = \sqrt{5^2 + 3,49^2}^2 + \sqrt{5^2 - \sqrt{5^2 - 3,49^2}}^2 \approx 34,23941121$$

Donc, on a :

$$AB = \sqrt{\sqrt{5^2 + 3,49^2}^2 + \sqrt{5^2 - \sqrt{5^2 - 3,49^2}}^2} \approx 5,851445224$$

Avec les valeurs approchés

La deuxième façon est d'utiliser les approximations de Geogebra, soit 3,58 et 3,49 :

Le traingle AEB est rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AE^2 + EB^2 = 3,58^2 + 3,49^2 = 24,9965$$

Donc, on a :

$$AB = \sqrt{3,58^2 + 3,49^2} \approx 4,999649988 \approx 5$$

1.2.3 Calcul du périmètre

Pour calculer le périmètre du triangle, on additionne toutes les valeurs des côtés.

On a donc : $Périmètre_{triangle\ ABC} = AB + AC + BC = 5 + 7 + 9,5 = 21,5$

Deuxième partie

A la découverte de la propriété

L'hypoténuse peut être calculer à l'aide d'une formule très simple que voici :
$\frac{[CD]}{2} + [CE]$
Soit :
$\frac{5}{2} + 7 = 2,5 + 7 = 9,5$ peut-être aussi

Chapitre 2

Interprétation du théorème